

# Um novo modelo para a análise não linear e diferida de estruturas evolutivas. Parte III: Exemplos de aplicação.

Paulo J. S. Cruz <sup>1</sup>

*Universidade do Minho, Guimarães, Portugal*

## RESUMO

Neste artigo são apresentados dois exemplos ilustrativos das potencialidades do modelo de análise proposto. O primeiro exemplo evidencia a capacidade de reproduzir a resposta duma estrutura com um forte carácter evolutivo, tanto durante o processo construtivo, como para níveis de carga de serviço e próximos à rotura. Trata-se de uma ponte de dois tramos, construída e ensaiada em Illinois, constituída por três vigas pré-fabricadas e um tabuleiro betonado *in situ* e que combina a existência de elementos de distintas idades, bem como de armaduras pré-tensionadas e pós-tensionadas. Atendendo à complexidade do ensaio pode-se afirmar que se obtém uma magnífica concordância com os resultados experimentais. No segundo exemplo analisa-se a resposta a curto e longo prazo de uma estrutura de grande dimensão. Trata-se de uma ponte contínua de três tramos, de betão pré-esforçado, com o tabuleiro em caixão unicelular construído por avanços sucessivos. Este exemplo é de grande interesse por permitir detectar a ocorrência de alguns efeitos diferidos menos usuais, tais como a fendilhação e a plastificação diferidas.

## 1. PONTE DE ILLINOIS

### 1.1. Introdução

Até à década de setenta um grande número das passagens superiores das auto-estradas do Estado Norte-Americano de Illinois eram construídas com recurso a vigas contínuas de quatro tramos, tendo os dois tramos interiores um comprimento entre 21 e 25 *m* e os tramos exteriores um comprimento entre os 12 e os 15 *m*. Por razões de segurança e devido à necessidade de aumentar o número de faixas de trânsito foi necessário introduzir um conjunto de alterações no esquema estrutural. Assim, nessa época, a intenção de evitar a existência de tramos com comprimentos descompensados levou à remoção dos pilares laterais. A solução escolhida e representada na figura 1 consiste numa ponte de dois tramos composta por três vigas pré-fabricadas e um tabuleiro betonado *in situ*. Como se pode observar nessa figura, existem duas juntas entre os tramos laterais de betão pré-esforçado e o tramo central de betão armado. Uma vez betonadas as juntas e a laje, a estrutura é pós-tensionada para garantir a continuidade.

---

<sup>1</sup> Professor Auxiliar

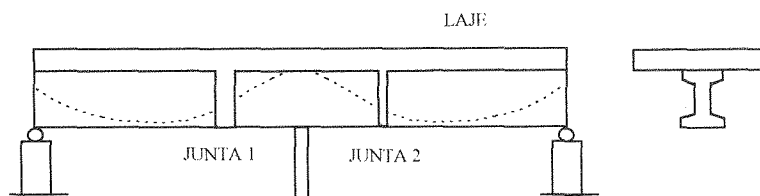


Figura 1. Geometria.

## 1.2. Descrição dos ensaios

Com a intenção de escolher o tipo de junta mais adequado, de conhecer a capacidade de carga última da ponte e de analisar o seu comportamento em serviço foi ensaiado um protótipo na Universidade de Illinois em Urbana-Champaign (Fadl *et al.*, 1977). O comprimento das vigas laterais era de 26.67 m e 25.98 m e o da viga central de 22.25 m. Foram utilizados dois tipos de juntas com 1.01 m e 0.46 m de espessura. Além dos três apoios definitivos foram utilizados dois apoios provisórios durante o processo construtivo. O nível de pré-tensão nas vigas laterais foi calculado por forma a evitar a fendilhação das vigas sob a acção do seu peso próprio. Uma descrição detalhada da geometria, das propriedades dos materiais e da sequência construtiva pode ser encontrada em Fadl *et al.* (1977) e em Cruz (1994).

No ensaio foram considerados sete casos de carga distintos com a intenção de aferir a resposta estrutural para diferentes níveis de comportamento: os quatro primeiros correspondentes a valores de serviço; os dois seguintes a valores majorados utilizados em projecto e o último próximo da capacidade de carga última da estrutura.

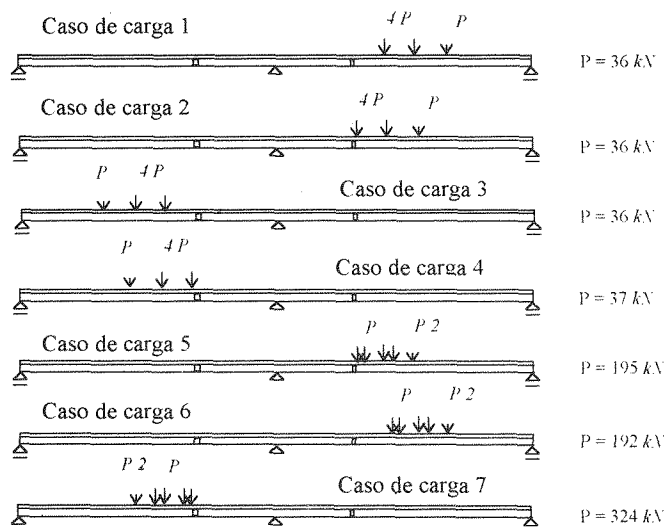


Figura 2. Casos de carga considerados.

As forças concentradas representadas na figura 2 foram aplicadas através dum conjunto de barras de alta resistência ancoradas no terreno. A localização destas foi escolhida por forma a obter os valores mais desfavoráveis do momento a meio vão e do esforço transversal nas juntas. Cada uma destas acções foi aplicada em vários incrementos e foi removida em apenas um incremento.

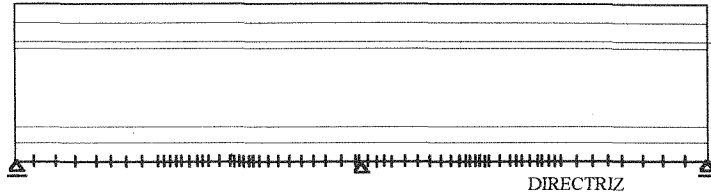


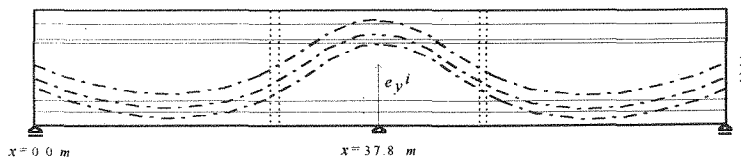
Figura 3. Malha de elementos finitos utilizada.

### 1.3. Descrição da análise efectuada

Tabela 1. Propriedades dos materiais.

BETÃO		ARMADURAS		
VIGAS	LAJE	PASSIVAS	ACTIVAS	
$E = 36.30 \text{ GPa}$	$E = 35.50 \text{ GPa}$	$E = 200.0 \text{ GPa}$	$\epsilon_1 = 0.68 \%$	$\sigma_1 = 1310.0 \text{ MPa}$
$f_c' = 48.00 \text{ MPa}$	$f_c' = 45.00 \text{ MPa}$	$f_y = 276.0 \text{ MPa}$	$\epsilon_2 = 0.93 \%$	$\sigma_2 = 1585.8 \text{ MPa}$
$f_t' = 3.53 \text{ MPa}$	$f_t' = 3.35 \text{ MPa}$		$\epsilon_3 = 1.17 \%$	$\sigma_3 = 1723.8 \text{ MPa}$
$G_f = 0.20 \text{ kNm/m}^2$	$G_f = 0.20 \text{ kNm/m}^2$		$\epsilon_4 = 1.64 \%$	$\sigma_4 = 1792.7 \text{ MPa}$
$\epsilon_c' = 0.3 \%$	$\epsilon_c' = 0.3 \%$		$\epsilon_5 = 2.41 \%$	$\sigma_5 = 1861.6 \text{ MPa}$
$\nu = 0.20$	$\nu = 0.20$		$\epsilon_6 = 4.63 \%$	$\sigma_6 = 1896.1 \text{ MPa}$
$\gamma = 24.35 \text{ kN/m}^3$	$\gamma = 24.35 \text{ kN/m}^3$			

Devido à não existência de simetria, quer da geometria, quer das acções, neste trabalho foi analisada a estrutura completa. Para o efeito foi adoptada uma malha de 34 elementos e 69 nós tal como se representa na figura 3. A secção transversal foi discretizada em duas sub-secções correspondentes à viga em I e à laje, tendo sido utilizado um total de 18 camadas. Na tabela 1 estão resumidos os valores das propriedades dos materiais considerados na análise. Nas vigas exteriores foram considerados dois cabos de pré-esforço, um com a área de  $7.9 \text{ cm}^2$  e uma excentricidade de  $5.1 \text{ cm}$  e o outro com a área de  $5.9 \text{ cm}^2$  e uma excentricidade de  $10.2 \text{ cm}$  (ambas excentricidades referidas à fibra inferior). O traçado dos três cabos pós-tensionados está representado na figura 4, onde se identificam as coordenadas dos pontos singulares de cada cabo.



$x \text{ (m)}$	$e_{y^1} \text{ (m)}$	$e_{y^2} \text{ (m)}$	$e_{y^3} \text{ (m)}$
37.80	0.508	0.647	0.826
21.95	0.103	0.268	0.433
0.00	1.118	1.257	1.473

Figura 4. Traçado das armaduras pós-tensionadas.

Nesta análise numérica foi simulado com rigor todo o processo construtivo descrito em Fadl *et al.* (1977). Assim, apesar de se dispor de uma ampla gama de resultados, obtidos em cada uma das hipóteses de carga citadas, apenas se apresentam os resultados mais significativos obtidos no final do ensaio. No entanto, convém recordar que estes resultados são referentes ao final da aplicação sequencial dos sete casos de carga considerados.

#### 1.4. Análise dos resultados obtidos

Na figura 5 está representada a curva carga-deslocamento vertical numa secção localizada a 16.5 m da extremidade esquerda. Como se pode observar no final do ensaio regista-se um valor muito elevado deste deslocamento (cerca de 27 cm). A forma desta curva é condicionada pela fendilhação do betão traccionado e pelo comportamento não linear do betão comprimido. Este facto é destacado na figura 6 em que se ilustra a evolução da deformação do betão na fibra inferior sobre o apoio central, em função do valor relativo da carga ( $P/P_u$ ).

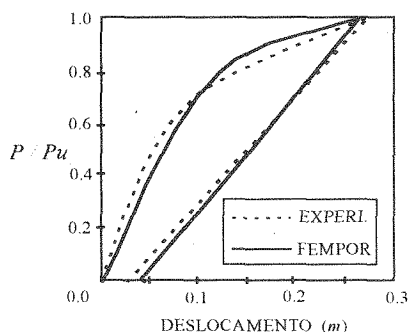


Figura 5. Evolução do deslocamento vertical.

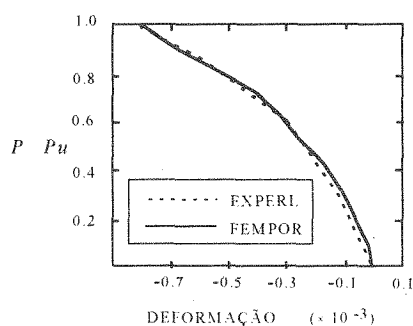


Figura 6. Evolução da deformação no betão.

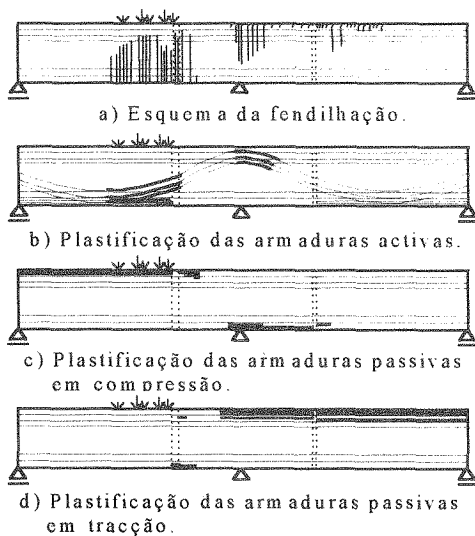


Figura 7. Esquemas de fendilhação e plastificação.

Na figura 7 está esquematizada a distribuição da fendilhação no betão e da plastificação das armaduras passivas e activas, previstas para o final do ensaio. Estes valores apresentam uma boa concordância com os obtidos experimentalmente.

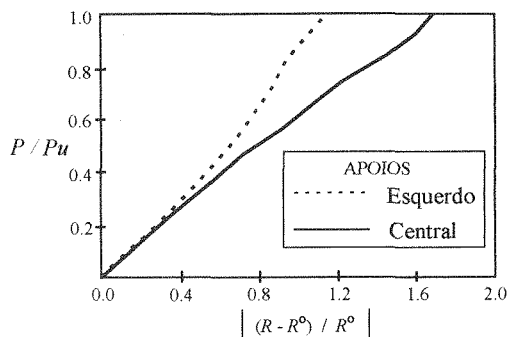


Figura 8. Evolução das reacções no apoio central e no da extremidade esquerda.

Na figura 8 representa-se a evolução das reacções no apoio central e no da extremidade esquerda. A evolução dos “momentos passivos” (momentos obtidos a partir da integração das tensões instaladas no betão e na armadura passiva) e do nível de tensão instalado na armadura inferior pós-tensionada estão representados nas figuras 9 e 10, respectivamente. Estas três figuras evidenciam a ocorrência de uma acentuada redistribuição de esforços para a zona do apoio central uma vez iniciada a fendilhação na proximidade da junta.

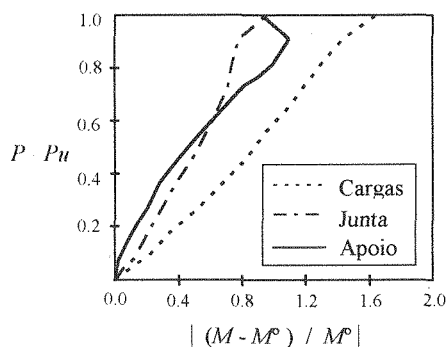


Figura 9. Evolução dos momentos flectores.

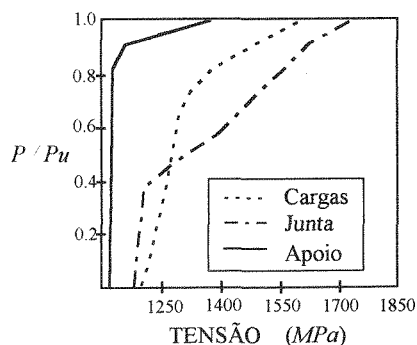


Figura 10. Evolução da tensão no cabo inferior.

A boa concordância entre os resultados experimentais e os resultados numéricos obtidos neste exemplo é um bom indicador da capacidade do modelo para reproduzir o comportamento de estruturas com processos construtivos complexos, tanto em serviço como para valores de acções próximos da rotura.

## 2. PONTE DE KETCHUM

### 2.1. Descrição geral

Com este exemplo se evidenciam as potencialidades do modelo para a análise de pontes contínuas de betão pré-esforçado, construídas com a técnica de avanços sucessivos.

A ponte escolhida é uma ponte de três tramos projectada por Ketchum em 1986. Trata-se de uma ponte com traçado rectilíneo e com a secção transversal em caixão unicelular. O tabuleiro é construído por avanços sucessivos em consola, a partir dos pilares, utilizando para o efeito segmentos betonados *in situ*. Na zona contígua aos apoios extremos é utilizado o processo habitual de cofragem apoiada no solo (cimbragem).

O comportamento estrutural é estudado durante o processo construtivo e durante um período posterior de 22 anos. Pretende-se com este exemplo analisar a influência do processo construtivo e dos efeitos diferidos na capacidade última de carga, tanto a curto como a longo prazo.

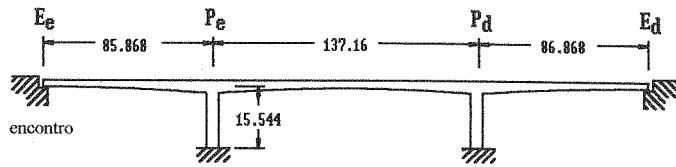
O tramo central tem um comprimento de 137.16 m e os dois tramos laterais um comprimento de 86.89 m. A secção transversal do tabuleiro consiste num caixão unicelular. A altura do tabuleiro varia desde um máximo de 7.30 m sobre os pilares até um mínimo de 2.75 m a meio vão. A espessura da laje de fundo é variável, tal como se pode observar na figura 11.

Na construção do tabuleiro são utilizados um total de 69 segmentos, 64 deles com um comprimento de 4.064 m. O fecho do tramo central é conseguido com um segmento de 3.454 m, enquanto que em cada tramo lateral se utiliza um segmento de 1.727 m. Sobre os pilares estão previstos elementos rígidos com um comprimento de 3.658 m.

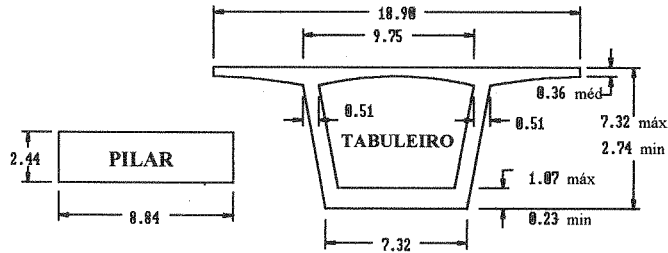
São utilizados um total de 104 cabos de pré-esforço, cada um com uma área de 20.729 cm<sup>2</sup>, tensionados com uma força inicial de 2835.6 kN. Sessenta e quatro destes cabos são necessários para a construção das consolas (quatro por cada par de novos segmentos). Vinte e quatro cabos são localizados na zona intermédia do tramo central e quatro junto a cada apoio. Finalmente, são dispostos oito cabos de continuidade com um traçado que se estende a toda a ponte e que são pós-tensionados após a conclusão da construção. Na figura 12 encontra-se representada, numa forma esquemática, a distribuição de todos estes cabos. Uma descrição mais detalhada deste exemplo pode ser encontrada em Ketchum (1986) e Cruz (1994).

A construção tem uma duração de seis meses, de acordo com o seguinte esquema:

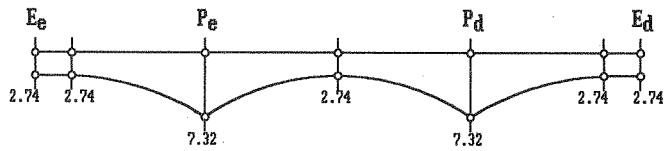
Dias 0 a 63:	Construção dos pilares e dos segmentos rígidos do tabuleiro.
Dias 63 to 168:	Construção dos segmentos em consola e pós-tensão das armaduras a um ritmo de sete dias para cada segmento.
Dia 100:	Colocação do betão nas zonas cimbradas contíguas aos apoios extremos.
Dia 168:	Fecho do tramo lateral.
Dia 175:	Pós-tensão dos cabos locais no tramo lateral.
Dia 182:	Fecho do tramo central.
Dia 189:	Pós-tensão dos cabos locais no tramo central e remoção do carro de betonagem.
Dia 196:	Pós-tensão dos cabos de continuidade e aplicação do peso próprio.



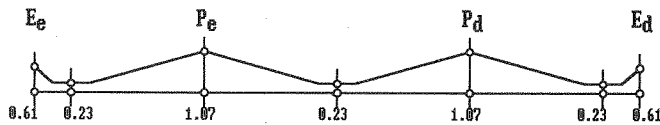
a) Alçado.



b) Seção transversal.



c) Variação da altura do tabuleiro.



d) Variação da espessura da laje de fundo.

Figura 11. Geometria da ponte de Ketchum.

Na presente análise são simuladas as seguintes operações de construção de cada segmento do tabuleiro:

- Betonagem.
- Período de espera de três dias.
- Aplicação do pré-esforço nos novos cabos de continuidade.
- Deslocar o carro de avance para a nova posição e preparar a cofragem. Esta operação tem a duração aproximada de quatro dias.

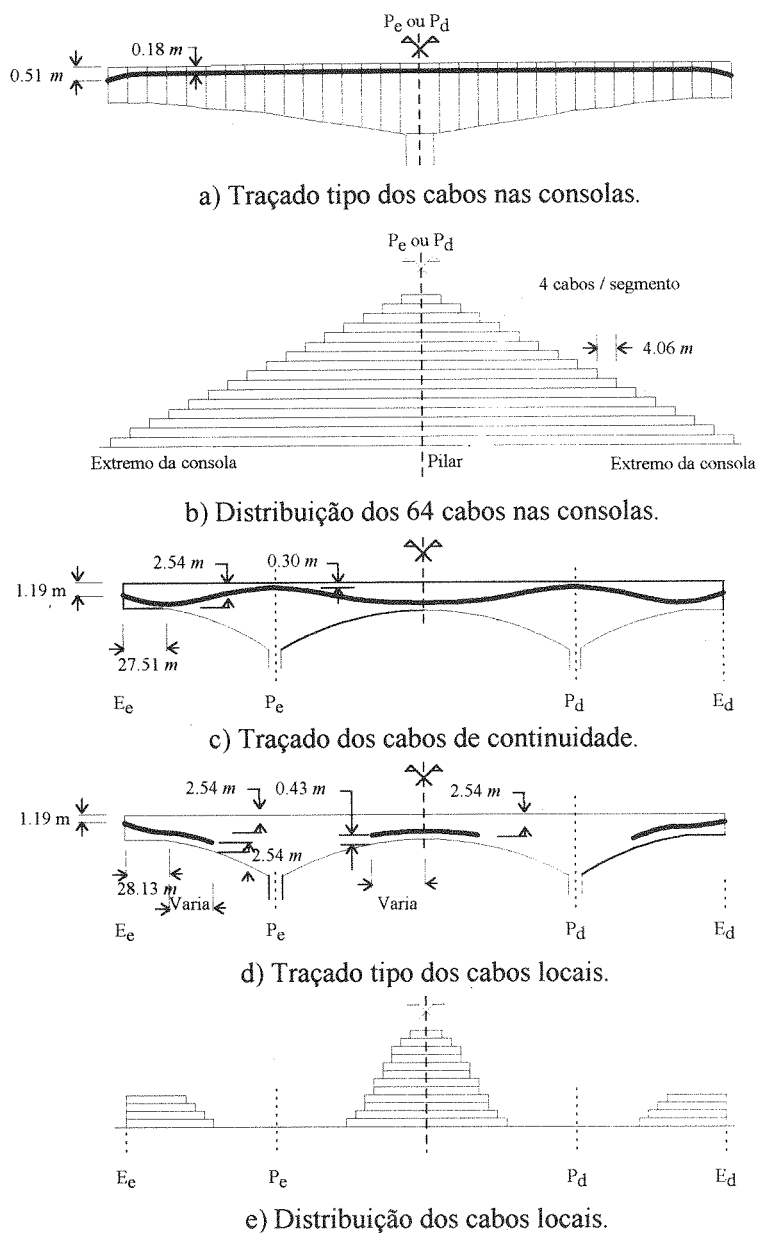


Figura 12. Traçado dos cabos de pré-esforço.

## 2.2. Descrição das análises efectuadas

Para além do peso próprio de  $25 \text{ kN/m}^3$  são consideradas as seguintes cargas: uma carga morta de  $36.5 \text{ kN/m}$  correspondente ao peso do pavimento, uma sobrecarga uniforme de  $3.92 \text{ kN/m}^2$  aplicada em toda a extensão da ponte e ainda três cargas concentradas de  $196.2 \text{ kN}$  espaçadas de  $1.5 \text{ m}$  com a localização que produz o máximo momento a meio vão. Em todos os



cabos é considerado um coeficiente de atrito de  $0.25 / rad$ , um coeficiente de perdas parasitas de  $0.0013 / m$  e uma penetração de cunha de  $6.35 \text{ mm}$ .

Os valores das propriedades mecânicas dos materiais adoptados encontram-se resumidos na tabela 2. Considera-se que a ponte é construída num ambiente com um grau de humidade de  $50 \%$  e uma temperatura de  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Tabela 2. Propriedades dos materiais.

BETÃO	ARMADURAS	
	PASSIVAS	ACTIVAS
$E = 36.00 \text{ GPa}$	$\epsilon_1 = 0.20 \%$	$\epsilon_1 = 0.96 \%$
$f_c' = 34.48 \text{ MPa}$	$\epsilon_2 = 1.00 \%$	$\epsilon_2 = 2.20 \%$
$f_t' = 3.45 \text{ MPa}$	$\sigma_1 = 400.0 \text{ MPa}$	$\sigma_1 = 1862.0 \text{ MPa}$
$G_f = 0.20 \text{ kNm/m}^2$	$\sigma_2 = 416.0 \text{ MPa}$	$\sigma_2 = 1900.0 \text{ MPa}$
$\epsilon_c' = 0.3 \%$		
$\nu = 0.20$		
$\gamma = 24.35 \text{ kN/m}^3$		

Devido à existência de simetria, tanto da geometria como das acções, apenas se estuda metade da estrutura, discretizada em 41 elementos e 84 nós. O pilar é idealizado como um único elemento com a extremidade superior rígida. Durante parte do processo construtivo, os nós da zona contígua ao encontro, com uma extensão de  $18.828 \text{ m}$ , têm o deslocamento vertical impedido pela presença dos escoramentos. Este efeito mantém-se até serem tensionados os cabos locais.

Neste estudo foram efectuados os seguintes tipos de análises:

1. Simulação do processo construtivo seguida da aplicação das cargas mortas (peso do pavimento). É efectuada uma análise diferida para um período de 8000 dias.

Na figura 13 está ilustrada a distribuição do momento flector total (resistido pela secção de betão e pelas armaduras passiva e de pré-esforço), no instante de conclusão das consolas, no final da construção da ponte e uma vez decorridos 8000 dias. Nestes casos a redistribuição de momentos flectores bem como a variação dos esforços transversos e das reacções são insignificantes.

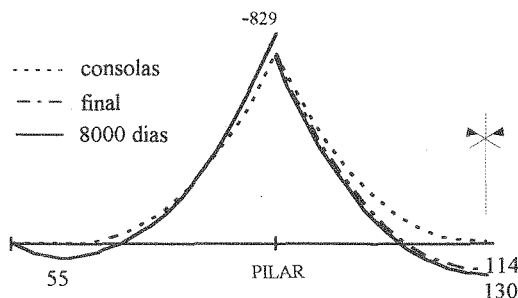


Figura 13. Diagramas de momentos flectores ( $MN.m$ ).

No entanto, tal como pode ser observado na figura 14 é detectada a ocorrência, nesse período, duma acentuada redistribuição de tensões na secção de meio vão. Esta é

consequência das perdas de pré-esforço devidas à fluência e retracção. Tais perdas chegam a atingir cerca de 30 % da força inicial.

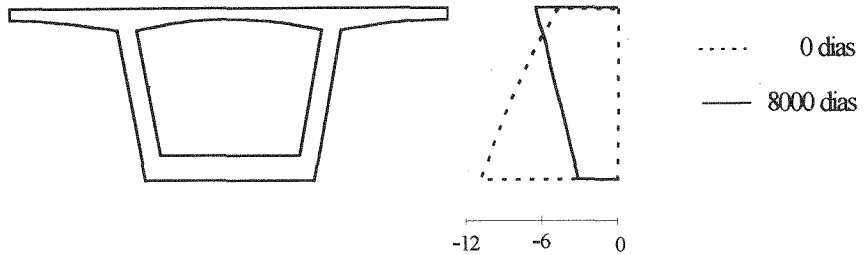


Figura 14. Distribuições de tensão no betão (MPa).

Na figura 15 está representada a deformada da estrutura nos seguintes casos: i) No instante de conclusão das consolas, em que se obteve um máximo deslocamento vertical de 4.68 cm; ii) No final da construção e iii) Uma vez decorrido um período de 8000 dias. Os resultados obtidos concordam com os indicados em Ketchum (1986).

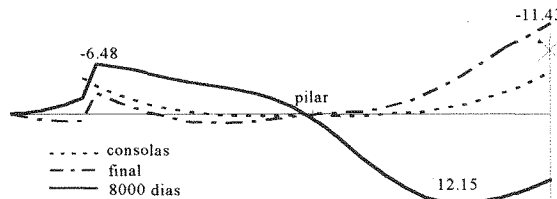


Figura 15. Deslocamentos verticais totais (cm).

2. Simulação do processo construtivo seguida da introdução das cargas mortas e da aplicação incremental das sobrecargas até se atingir a rotura, tanto no instante de conclusão da construção como após um período de 8000 dias.

A rotura no instante de conclusão da construção foi detectada para um factor de sobrecarga de 5.9. Para um nível de sobrecarga próximo ao de rotura regista-se uma plastificação acentuada nas armaduras activas e passivas na secção de meio vão. Na figura 16 estão representadas as distribuições de tensão no betão nesta secção. É de destacar a extensão da fendilhação para este nível de carga. A capacidade de carga a longo prazo (22 anos) é praticamente a mesma encontrada no instante de conclusão da construção.

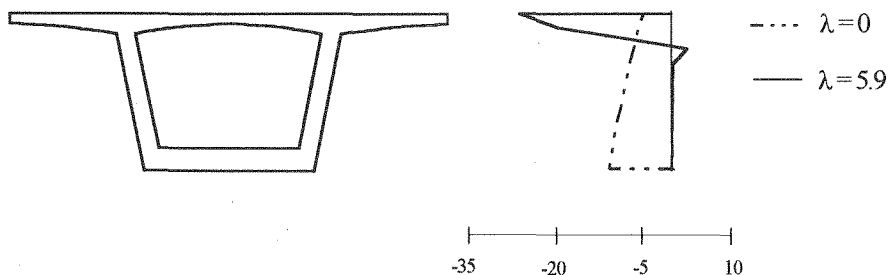


Figura 16. Distribuições de tensão no betão.

3. Simulação do processo construtivo seguida da aplicação do peso próprio. No instante de conclusão da construção são introduzidos, e mantidos constantes, diferentes níveis de sobrecarga para os quais se produz a rotura diferida ao final de um dado período de tempo.

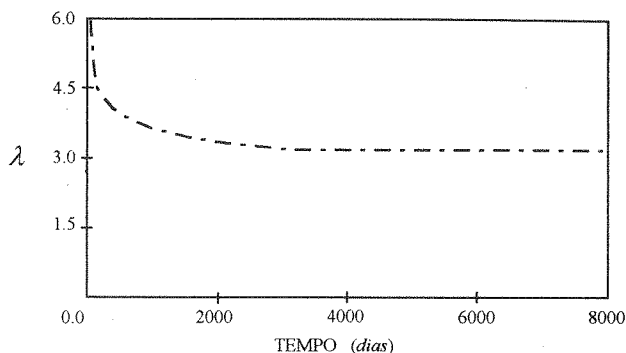


Figura 17. Evolução dos instantes de rotura diferida.

Para um factor de sobrecarga de 3.1 (patamar de rotura diferida) obtém-se a rotura ao final de 8000 dias. Tal como se ilustra na figura 17, ao aumentar o nível de sobrecarga antecipa-se o instante para o qual ocorre a rotura diferida. Para factores de sobrecarga superiores ao do patamar indicado regista-se a ocorrência de fenómenos tais como a fendilhação e a plastificação diferida, que são consequência do comportamento diferido não linear do betão. A magnitude destes fenómenos está patente nas figuras 18 e 19.

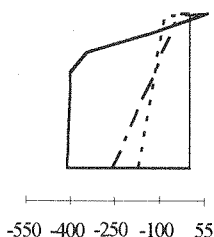


Figura 18. Distribuições de tensão no aço (MPa).

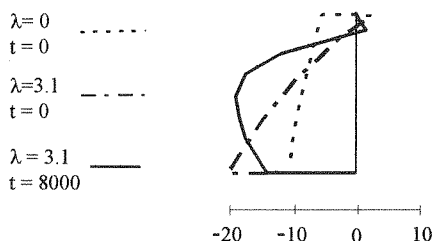


Figura 19. Distribuições de tensão no betão (MPa).

### 3. CONCLUSÕES

A utilidade do modelo de análise desenvolvido manifesta-se principalmente no grande leque de aplicações que permite estudar. Esta característica é consequência da precisão e generalidade com que são simuladas as operações construtivas e com que é reproduzido o comportamento não linear, tanto em serviço como em rotura, ao longo da vida útil, de qualquer estrutura reticular plana.

Os resultados dos exemplos de aplicação apresentados neste artigo evidenciam a aplicabilidade do modelo à análise de estruturas de grandes dimensões e complexidade. Estes exemplos servem ainda para destacar a influência, no nível de segurança a longo prazo, de fenómenos tais como a fluência não linear e a fendilhação, a plastificação e a rotura diferidas.

#### 4. REFERÊNCIAS

- [1] Cruz, P. (1994), *Un modelo para el análisis no lineal y diferido de estructuras de hormigón y acero construidas evolutivamente*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España.
- [2] Fadhil, A.I., Gamble, W.L. and Mohraz, B. (1977), *Tests of a precast post-tensioned composite bridge girder having two spans of 124 feet*, Report No. UILU-ENG-77-2007, University of Illinois, Urbana-Champaign, Illinois, U.S.A.
- [3] Ketchum, M. A. (1986), *Redistribution of stresses in segmentally erected prestressed concrete bridges*, Report UCB/SESM-86/07, University of California, Berkeley.